

Перевод чисел из одной системы счисления в другую

В современной вычислительной технике информация чаще всего кодируется с помощью последовательности сигналов всего двух видов: включено или не включено, намагничено или ненамагничено, высокое или низкое напряжение и т.д. Принято обозначать одно состояние цифрой 0, а другое - 1. Такое представление информации в цифровом виде называют двоичным. Набор (последовательность) из нулей и единиц называют двоичным кодом.

Система счисления - совокупность приемов наименования и обозначения чисел. Системы счисления разделяются на две группы: позиционные и непозиционные. Позиционной называется система счисления, в которой значение цифры зависит от ее места (позиции) в ряду цифр, обозначающих число. Системы, не обладающие этим свойством, называются непозиционными (римская система счисления). Основанием позиционной системы счисления называется число цифр, которое используют при записи.

В ЭВМ часто используется восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления. В восьмеричной системе счисления числа записываются с помощью восьми цифр (0 1 2 3 4 5 6 7). Сама восьмерка записывается двумя цифрами: 10. Для записи чисел в шестнадцатеричной системе необходимо уже располагать шестнадцатью различными символами, используемыми как цифры:

10-я: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

16-я: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Пример 1. Переведем десятичное число 45 в двоичную систему счисления.

Правило: Чтобы перевести целое положительное десятичное число в систему

счисления с другим основанием, нужно это число разделить на основание. Полученное частное снова разделить на основание и т.д. до тех пор, пока частное не окажется меньше основания. В результате записать в одну строку последнее частное и все остатки, начиная с последнего.

$$\begin{array}{r}
 46 \overline{) 2} \\
 \underline{46} \\
 0
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 2 \\
 23 \overline{) 2} \\
 \underline{22} \\
 0
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 11 \overline{) 2} \\
 \underline{11} \\
 0
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 5 \overline{) 2} \\
 \underline{4} \\
 1
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 2 \overline{) 1} \\
 \underline{2} \\
 0
 \end{array}$$

$$46 = 101100_2.$$

Пример 2. Переведем десятичное число 672 в восьмеричную систему счисления.

$$\begin{array}{r}
 672 \overline{) 8} \\
 \underline{672} \\
 0
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 84 \overline{) 8} \\
 \underline{80} \\
 4
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 10 \overline{) 8} \\
 \underline{8} \\
 2
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 1 \overline{) 8} \\
 \underline{8} \\
 0
 \end{array}$$

$$672 = 1240_8.$$

Пример 3. Переведем десятичное число 934 в шестнадцатеричную систему счисления.

$$\begin{array}{r}
 934 \overline{) 16} \\
 \underline{928} \\
 6
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 58 \overline{) 16} \\
 \underline{48} \\
 10
 \end{array}$$

$$934 = 3A6_{16}.$$

Пример 4. Переведем в двоичную систему счисления положительную десятичную дробь 0,3.

Правило: Чтобы перевести положительную десятичную дробь в двоичную, нужно дробь умножить на 2. Целую часть произведения взять в качестве первой цифры после запятой в двоичной дроби, а дробную часть вновь умножить на 2. В качестве следующей цифры двоичной дроби взять целую часть этого произведения, а дробную часть произведения снова умножить на 2 и т.д. до получения после запятой заданного количества цифр.

$$\begin{array}{r} 0,3 \\ \times 2 \\ \hline 0,6 \\ \times 2 \\ \hline 1,2 \\ \times 2 \\ \hline 0,4 \\ \times 2 \\ \hline 0,8 \\ \times 2 \\ \hline 1,6 \end{array}$$

Дробная часть 0,6 уже была на втором шаге вычислений. Поэтому вычисления будут повторяться. Следовательно в двоичной системе счисления число 0,3 представляется периодической дробью:

$$0,3 = 0,0(1001)_2.$$

Пример 5. Переведем в двоичную систему счисления положительную десятичную дробь 0,625.

$$\begin{array}{r} 0,625 \\ \times 2 \\ \hline 1,250 \\ \times 2 \\ \hline 0,500 \\ \times 2 \\ \hline 1,0 \end{array}$$

$$0,625 = 0,101_2.$$

Замечание: Перевод десятичного числа в двоичную систему счисления проводится отдельно для его целой и дробной части.

Пример 6. Переведем в десятичную систему счисления двоичное число 1011,011.

Правило: Чтобы перевести число из двоичной системы в десятичную систему счисления, нужно двоичное число представить в виде суммы степеней двойки с коэффициентами-цифрами и найти эту сумму.

$$1011,011_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} = 1 \cdot 8 + 1 \cdot 2 + 1 + 1 \cdot (1/2)^2 + 1 \cdot (1/2)^3 = 8 + 2 + 1 + 1/4 + 1/8 = 11,375$$

$$1011,011_2 = 11,375_{10}.$$

Пример 7. Переведем в десятичную систему счисления восьмеричное число 511.

$$511_8 = 5 \cdot 8^2 + 1 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 = 5 \cdot 64 + 1 \cdot 8 + 1 = 329$$

$$511_8 = 329_{10}.$$

Пример 8. Переведем в десятичную систему счисления шестнадцатеричное число 1151.

$$1 \cdot 16^3 + 1 \cdot 16^2 + 5 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^0 = 1 \cdot 4096 + 1 \cdot 256 + 5 \cdot 16 + 1 = 4096 + 256 + 80 + 1 = 4433.$$

$$1151_{16} = 4433_{10}.$$

Пример 9. Переведем двоичное 1100001111010110 число в восьмеричную форму.

Правило: Для преобразования двоичного числа в восьмеричное необходимо двоичную последовательность разбить на группы по три цифры справа налево и каждую группу заменить соответствующей восьмеричной цифрой. Аналогично поступают и при переводе в шестнадцатеричную систему, только двоичную последовательность разбивают не на три, а на четыре цифры.

Десятичное число	Восьмеричное число	Двоичная запись	Шестнадцатеричное число	Двоичная запись
0	0	000	0	0000
1	1	001	1	0001
2	2	010	2	0010
3	3	011	3	0011
4	4	100	4	0100
5	5	101	5	0101
6	6	110	6	0110
7	7	111	7	0111
8	10	000	8	1000
9	11	001	9	1001
10	12	010	A	1010
11	13	011	B	1011
12	14	100	C	1100
13	15	101	D	1101
14	16	110	E	1110
15	17	111	F	1111

Переведем наше число в восьмеричную и шестнадцатеричную системы:

1100001111010110

1 100 001 111 010 110

1100 0011 1101 0110

1 4 1 7 2 6

C 3 D 6

Аналогично осуществляется и обратное преобразование: для этого каждую цифру восьмеричного или шестнадцатеричного числа заменяют группой из трех или четырех цифр. Например:

A B 5 1

1 7 7 2 0 4

1010 1011 0101 0001

1 111 111 010 000 100